Gerçek Sayılarda Tanımlı Fonksiyonların Nitel Özellikleri

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **Tanım kümesi [-5, 4] Görüntü kümesi [-2, 4]**
Grafiğin x eksenindeki izdüşümü -5'ten 4'e, y eksenindeki izdüşümü -2'den 4'e kadardır.

2 **-4, -1, 2**
Grafiğin x eksenini kestiği noktaların apsisleri

3 **Artan: [-5, -3] ve [1, 4] Azalan: [-3, 1]**
Soldan sağa grafik yükseliyorsa artan, alçalıyorsa azalandır.

4 **Maksimum değer 4 (x = 4) Minimum değer -2 (x = -5 ve x = 1)**
Grafiğin en yüksek noktası (4, 4), en alçak noktaları (-5, -2) ve (1, -2)

5 **f(x) > 0: (-4, -1) ∪ (2, 4] f(x) < 0: [-5, -4) ∪ (-1, 2)**
Sıfırlar -4, -1 ve 2'dir; grafik bu noktalarda işaret değiştirir.

6 **4**
2 + (-2) + 4 = 4

7 **a) Çift b) Tek c) Ne tek ne çift**
a) $f(-x) = x^2 - 4 = f(x)$ b) $g(-x) = -3x = -g(x)$ c) $h(-x) = -x + 2$; h(x)'e de -h(x)'e de eşit değil

8 **D – D – D – Y**
Örtenlik için görüntü kümesi değer kümesine eşit olmalıdır; örneğin $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ örten değildir.

9 **a) Evet b) Hayır**
a) $2x_1 - 1 = 2x_2 - 1$ ise $x_1 = x_2$ b) g(-2) = g(2) = 4; farklı x'ler aynı görüntüye gider.

10 **E) f(x) = 2x + 3**
Doğrusal f(x) = 2x + 3 her gerçek sayıyı değer olarak alır. Diğerlerinin görüntü kümeleri [0, ∞), {5}, (-∞, 0], [1, ∞)'dur.

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **a) Çift b) 4**
Grafik y eksenine göre simetriktir. Sıfırlar -3, -1, 1 ve 3'tür.

12 **Tek; (0, ∞) aralığında azalandır.**

$f(-x) = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $0 < x_1 < x_2$ ise $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

13 **3**

y = 1 doğrusu grafiği üç parçanın her birinde birer kez keser.

14 **Azalandır.**

$x_1 < x_2$ ise $-3x_1 > -3x_2 \rightarrow -3x_1 + 5 > -3x_2 + 5 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

15 **f(-2) = -5 f(0) = 0**

$f(-x) = -f(x)$. x = 0 için $f(0) = -f(0) \rightarrow f(0) = 0$

16 **a = 0 f(-1) = 4**

$f(-x) = x^2 - ax + 3 = f(x) \rightarrow -a = a \rightarrow a = 0$

17 **a) Evet b) Hayır**

Görüntü kümesi [f(0), f(3)] = [1, 7]'dir; değer kümesi [0, 10]'a eşit değildir.

18 **Sıfırı 2; x < 2 için f(x) > 0, x > 2 için f(x) < 0**

4 - 2x = 0 → x = 2. Fonksiyon azalandır; 2'den önce pozitif, sonra negatiftir.

19 **a) 2 (x = -3'te) b) -2 (x = 1'de)**

Yalnızca istenen aralıktaki grafik parçasına bakılır.

20 **a) Saat 6 ile 12 arasında b) Maksimum 14 °C (saat 12), minimum 2 °C (saat 6 ve 24)**

Grafik 0-6 arasında azalan, 6-12 arasında artan, 12-24 arasında azalandır.

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **C) 2**

f(-3) = f(3) = 4; g(-3) = -g(3) = 2. 4 - 2 = 2

22 **C) 8**

f(-x) = -f(x) için çift dereceli terim ve sabit terim olmamalı: a = 3, c = 0. f(1) = b = 4 → f(x) = 4x, f(2) = 8

23 **B) f, [-3, 1] aralığında azalandır.**

f bire bir değildir, görüntü kümesi [-2, 4]'tür, maksimum noktası yalnızca x = 4'tür; f(x) > 0 aralığı (-4, -1) ∪ (2, 4]'tür.

24 **B) 3**

[-5, -4) ∪ (-1, 2) aralıklarındaki tam sayılar: -5, 0, 1

25 **5**

Bire birlikten farklı elemanlar farklı görüntülere gider (en az 5 görüntü); örtenlikten B'de açıkta eleman kalmaz.

26 **h tek fonksiyondur.**

$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot (-g(x)) = -h(x)$

27 **a) Hayır b) {3, 5, 7}**

$f(1) = f(3) = 3$ olduğundan bire bir değildir.

28 **D) 7**

$y = 2$ doğrusu grafiği $x = -4, 0, 4$'te (3 çözüm); $y = 1$ doğrusu dört parçanın her birini birer kez keser (4 çözüm).

29 **Sıfırı $\frac{1}{3}$ f(0) = -1**

$a + b = 2, 3a + b = 8 \rightarrow a = 3, b = -1.\ 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

30 **A) 9**

6-12 arasında sıcaklık saatte 2 °C artar: saat 9'da 8 °C. 12-18 arasında saatte 1 °C azalır: saat 18'de 8 °C. 18 - 9 = 9 saat