Referans Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonların Tersleri

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- f: A → B fonksiyonunun **tersi** f^{-1}: B → A'dır ve f(a) = b ise $f^{-1}(b)$ = a'dır. Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olması için f'nin **bire bir ve örten** olması gerekir.
- **Ters bulma:** y = f(x) yazılır, x yalnız bırakılır, sonra x ile y'nin yerleri değiştirilir. Tanım ve görüntü kümeleri de yer değiştirir.
- f ve f^{-1}'in grafikleri **y = x doğrusuna göre simetriktir**: (a, b) noktası f'nin grafiğindeyse (b, a) noktası f^{-1}'in grafiğindedir.
- Doğrusal fonksiyonların tersi de doğrusaldır. Karesel fonksiyonun tersi, bire bir olduğu bir aralıkta (ör. $x \geq -r$) alınır ve bir karekök fonksiyonudur; karekök fonksiyonunun tersi karesel fonksiyondır.
- $g(x) = \frac{a}{x+r} + k$ rasyonel fonksiyonunun tersi de rasyoneldir: $\mathbb{R} - \{k\} \to \mathbb{R} - \{-r\}$ tanımlıdır.

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = 2x + 3 fonksiyonunun tersini bulunuz.

2. f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{4} - 5$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

3. f bire bir ve örten bir fonksiyondur ve f(3) = 7'dir. $f^{-1}(7)$ kaçtır?

4 $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{4, 6, 9\}$ olmak üzere $f: A \to B$, $f = \{(1, 4), (2, 6), (3, 9)\}$ fonksiyonunun tersini sıralı ikililerle yazınız.

5 $(2, 5)$ noktası bire bir ve örten f fonksiyonunun grafiği üzerindedir. f^{-1}'in grafiği üzerinde hangi nokta kesinlikle bulunur?

6 Aşağıdaki ifadelerin doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğunu belirtiniz.
(…) Her fonksiyonun tersi de bir fonksiyondur.
(…) Bir fonksiyonun tersinin fonksiyon olması için bire bir ve örten olması gerekir.
(…) f ile f^{-1}'in grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetriktir.
(…) Doğrusal fonksiyonların tersi de doğrusaldır.

7 $f(x) = 3x - 6$ olduğuna göre $f^{-1}(0)$ ve $f^{-1}(3)$ kaçtır?

8 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 7$ fonksiyonunun tersini bulunuz. f ile f^{-1}'in grafikleri arasındaki ilişkiyi yazınız.

9 $\mathbb{R}$'den $\mathbb{R}$'ye tanımlı aşağıdaki fonksiyonların tersinin fonksiyon olup olmadığını belirtiniz.
a) $f(x) = 2x - 1$ b) $g(x) = x^2$

10 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - 2x$ fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 2x - 5$

B) $f^{-1}(x) = \frac{1}{5-2x}$

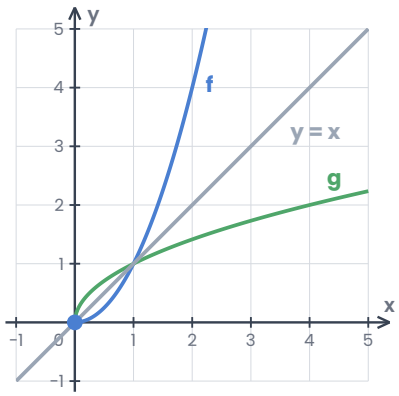
C) $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$

D) $f^{-1}(x) = 5 + 2x$

E) $f^{-1}(x) = \frac{5-x}{2}$

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 Grafikte $f: [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu ile g fonksiyonu gösterilmiştir. Grafikler $y = x$ doğrusuna göre simetriktir. $g(x)$'i yazınız.



12 $f: [1, \infty) \to [2, \infty)$, $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

13 $f: [-3, \infty) \to [-1, \infty)$, $f(x) = \sqrt{(x + 3)} - 1$ fonksiyonunun tersini tanım kümesiyle birlikte yazınız.

14 $f: \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{3\}$, $f(x) = \frac{2}{x-1} + 3$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

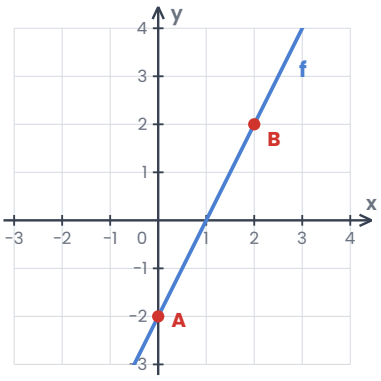
15 Celsius cinsinden sıcaklık C ise Fahrenheit cinsinden sıcaklık $F(C) = 1{,}8C + 32$'dir.
a) Fahrenheit'tan Celsius'a dönüştüren fonksiyonu yazınız.
b) 86 °F kaç °C'dir?

16 $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}(x) = 2x - 6$'dır. a ve b kaçtır?

17 $f(x) = 4x - 1$ olduğuna göre $\mathbf{f^{-1}(3) + f(1)}$ toplamı kaçtır?

18 f: [2, 5] → [1, 7], f(x) = 2x - 3 fonksiyonunun tersini tanım ve değer kümeleriyle birlikte yazınız.

19 Grafiği verilen doğrusal f fonksiyonu A(0, -2) ve B(2, 2) noktalarından geçmektedir.
a) $f^{-1}(2)$ ve $f^{-1}(-2)$ kaçtır?
b) $f^{-1}(x)$'i bulunuz.



20 Bir taksinin ücreti f(x) = 20 + 15x TL'dir (x: km).
a) Ödenen ücrete göre gidilen yolu veren f^{-1} fonksiyonunu yazınız.
b) 110 TL ödeyen bir yolcu kaç km yol gitmiştir?

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 f(x) = 3x + a fonksiyonu için $f^{-1}(10) = 2$'dir. $f^{-1}(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

22 f doğrusal bir fonksiyon ve $f(2x - 1) = 6x + 5$'tir. $f^{-1}(14)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23 $f: [2, \infty) \to [1, \infty)$, $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ olduğuna göre $f^{-1}(10)$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

24 $f: \mathbb{R} - \{-2\} \to \mathbb{R} - \{-1\}$, $f(x) = \frac{1}{x+2} - 1$ olduğuna göre $f^{-1}(0)$ kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

25 $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonunun grafiği ile tersinin grafiğinin kesim noktasını bulunuz. Bu nokta hangi doğru üzerindedir?

26 f: $[1, \infty) \to [2, \infty)$, $f(x) = \sqrt{(x - 1)} + 2$ fonksiyonu için
a) f^{-1}'in tanım ve görüntü kümeleri nedir?
b) $f^{-1}(5)$ kaçtır?

27 Bir su deposundaki su miktarı t dakika sonra $V(t) = 50 + 8t$ litredir. Depodaki su miktarından geçen süreyi veren fonksiyonu yazınız. Depoda 130 L su olduğunda kaç dakika geçmiştir?

28 $f(x) = 2x + 1$ ve $g(x) = f^{-1}(x) + 3$ olduğuna göre $g(5)$ kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

29 $f(x) = \frac{a}{x-2} + 1$ fonksiyonu için $f^{-1}(3) = 4$ olduğuna göre a kaçtır?

30 Aşağıdaki fonksiyon çiftlerinden hangisinin grafikleri **y = x doğrusuna göre simetriktir**?

A) $f(x) = x + 1$ ile $g(x) = x + 1$
B) $f(x) = x^2$ ile $g(x) = -x^2$
C) $f(x) = 2x$ ile $g(x) = -2x$
D) $f(x) = x^2$ $(x \geq 0)$ ile $g(x) = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$
E) $f(x) = \sqrt{x}$ ile $g(x) = -\sqrt{x}$

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**