Trigonometrik Denklemler ve Problemler

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- **sin x = a** ($-1 \le a \le 1$) denkleminin bir kökü α ise çözümler **x = α + 2kπ** ya da **x = π − α + 2kπ**'dir ($k \in \mathbb{Z}$). $|a| > 1$ ise çözüm yoktur.
- **cos x = a** denkleminin çözümleri **x = α + 2kπ** ya da **x = −α + 2kπ**; **tan x = a** ve **cot x = a** denklemlerinin çözümleri **x = α + kπ**'dir.
- Belirli bir aralıktaki çözümler, genel çözümde k'ye tam sayı değerleri verilerek ya da birim çember ve grafik yardımıyla bulunur. İki grafiğin kesim noktalarının apsisleri f(x) = g(x) denkleminin çözümleridir.
- sin(mx + r) = a gibi denklemlerde önce mx + r bilinmeyen gibi çözülür, sonra x yalnız bırakılır. İkinci dereceden görünen denklemlerde sin x ya da cos x yeni bir bilinmeyen gibi düşünülüp çarpanlara ayrılır.
- Periyodik olayların modellerinde (dönme dolap, gelgit, sarkaç) "ne zaman belirli bir değere ulaşır?" soruları trigonometrik denklem çözülerek yanıtlanır.

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1. $[0, 2\pi]$ aralığında $2 \sin x = 1$ denklemini çözünüz.

2. $[0, 2\pi]$ aralığında $\cos x = -\frac{1}{2}$ denklemini çözünüz.

3. $[0, 2\pi)$ aralığında $\tan x = 1$ denklemini çözünüz.

4 $[0, 2\pi]$ aralığında $\sin x = -1$ denkleminin çözümünü bulunuz.

5 $[0, 2\pi]$ aralığında $\sqrt{2} \cdot \cos x - 1 = 0$ denklemini çözünüz.

6 Aşağıdaki denklemlerin genel çözümlerini yazınız ($k \in \mathbb{Z}$).
a) $\sin x = 0$ b) $\cos x = 0$ c) $\cos x = 1$

7 $(0, \pi)$ aralığında $\cot x = \sqrt{3}$ denkleminin çözümü hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$

B) $\frac{\pi}{4}$

C) $\frac{\pi}{3}$

D) $\frac{\pi}{2}$

E) $\frac{2\pi}{3}$

8 Aşağıdaki ifadelerin doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğunu belirtiniz.
(…) $\sin x = 2$ denkleminin gerçek sayılarda çözümü yoktur.
(…) $\tan x = 100$ denkleminin çözümü vardır.
(…) $\cos x = \frac{1}{2}$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında tek çözümü vardır.

9 $[0, 2\pi]$ aralığında $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ denklemini çözünüz.

10 $0° \le x < 360°$ olmak üzere $\sin x = \sin 40°$ denklemini çözünüz.

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 $[0, \pi]$ aralığında $\cos 2x = 0$ denklemini çözünüz.

12 $[0, \pi)$ aralığında $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ denklemini çözünüz.

13 $f(x) = \sin x$ ve $g(x) = \cos x$ fonksiyonlarının grafiklerinin $[0, 2\pi]$ aralığında kesiştiği noktaların apsislerini denklem kurarak bulunuz.

14 $[0, 2\pi]$ aralığında $2\sin^2 x - \sin x = 0$ denkleminin çözümlerini bulunuz.

15 Bir dönme dolaptaki kabinin yerden yüksekliği $h(t) = 20 - 18\cos(\frac{\pi t}{15})$ metredir (t dakika). Kabin harekete başladıktan sonra ilk kez kaçıncı dakikada 29 m yüksekliğe ulaşır?

16 $0° \le x < 360°$ olmak üzere $\cos x = \cos 50°$ denklemini çözünüz.

17 Bir limanda deniz seviyesinin yüksekliği $h(t) = 3 + 2\sin(\frac{\pi t}{6})$ metredir (t saat, $0 \le t \le 12$). Deniz seviyesinin 2 metre olduğu saatleri bulunuz.

18 $[0, \pi]$ aralığında $\sin 2x = \sqrt{3}/2$ denklemini çözünüz.

19 $[0, 2\pi]$ aralığında $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ denkleminin çözümlerini bulunuz.

20 Bir sarkacın düşeyle yaptığı açı $\theta(t) = 12 \cdot \sin(\frac{\pi t}{2})$ derecedir (t saniye). Sarkaç harekete başladıktan kaç saniye sonra ilk kez 6°'lik açı yapar?

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 $[0, 2\pi]$ aralığında $2\cos x - 1 = 0$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) π
B) $\frac{4\pi}{3}$
C) $\frac{5\pi}{3}$
D) 2π
E) 3π

22 $[0, \pi]$ aralığında $\sin 3x = 0$ denkleminin kaç kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

23 $(0, \frac{\pi}{2})$ aralığında $\tan x = 3 \cdot \cot x$ denkleminin kökü kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$

B) $\frac{\pi}{8}$

C) $\frac{\pi}{6}$

D) $\frac{\pi}{4}$

E) $\frac{\pi}{3}$

24 $[0, 2\pi]$ aralığında $2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$ denkleminin kaç kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25 $f(x) = 2\sin x$ ve $g(x) = 1$ fonksiyonlarının grafikleri $[0, 4\pi]$ aralığında kaç noktada kesişir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

26 $[0, 2\pi)$ aralığında $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{4\pi}{3}$
B) $\frac{5\pi}{3}$
C) 2π
D) $\frac{7\pi}{3}$
E) $\frac{8\pi}{3}$

27 $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = 1$ denkleminin en küçük pozitif kökü kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$
B) $\frac{\pi}{4}$
C) $\frac{\pi}{3}$
D) $\frac{\pi}{2}$
E) $\frac{2\pi}{3}$

28 Bir dönme dolaptaki kabinin yerden yüksekliği $h(t) = 25 - 20\cos(\frac{\pi t}{10})$ metredir (t dakika). Bir tur boyunca kabin kaç dakika süreyle 35 metreden daha yüksekte kalır?

A) 6
B) $\frac{20}{3}$
C) 7
D) 10
E) $\frac{40}{3}$

29 $(0, \pi)$ aralığında $|\cos x| = \sqrt{3}/2$ denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{2\pi}{3}$
B) $\frac{5\pi}{6}$
C) π
D) $\frac{4\pi}{3}$
E) $\frac{3\pi}{2}$

30 $\tan 2x = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? ($k \in \mathbb{Z}$)

A) $\{ \frac{\pi}{8} + 2k\pi \}$

B) $\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \}$

C) $\{ \frac{\pi}{8} + k\pi \}$

D) $\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \}$

E) $\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \}$

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**