Üstel Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- **Üstel referans fonksiyon:** $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ biçimindeki fonksiyondur. Tanım kümesi $\mathbb{R}$, görüntü kümesi $(0, \infty)$'dur; fonksiyon **bire bir** ve **örtendir**.
- Grafik y eksenini her zaman **(0, 1)** noktasında keser ve x eksenini kesmez (fonksiyon daima pozitiftir). **$a > 1$** ise fonksiyon **artan**, **$0 < a < 1$** ise **azalandır**.
- $f(x) = a^x$ ve $g(x) = (\frac{1}{a})^x$ grafikleri y eksenine göre simetriktir. Her x_1, x_2 için $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ olur.
- **e sayısı** (Euler sayısı) yaklaşık 2,718 olan irrasyonel bir sayıdır; $f(x) = e^x$ artan bir üstel fonksiyondur.
- **Türetilen fonksiyonlar:** $g(x) = k \cdot a^{mx+r} + s$. s grafiği dikey öteler (görüntü kümesi $k > 0$ için (s, ∞) olur), r yatay öteler, $k < 0$ grafiği x eksenine göre yansıtır. Nüfus artışı, bakteri çoğalması, yarılanma gibi olaylar üstel fonksiyonlarla modellenir.

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

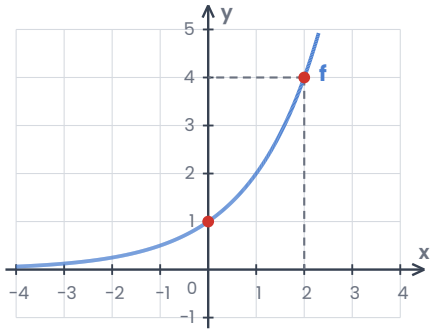
1 $f(x) = 2^x$ olduğuna göre $f(3)$, $f(-2)$ ve $f(0)$ değerlerini bulunuz.

2 Aşağıdakilerden hangileri üstel referans fonksiyondur?

a) $f(x) = 3^x$ b) $g(x) = x^3$ c) $h(x) = (\frac{1}{2})^x$ ç) $k(x) = 1^x$ d) $m(x) = (-2)^x$

3 $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ fonksiyonu artan mı azalan mı? Neden?

4 Şekilde $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Grafiğin y eksenini kestiği noktayı ve $f(2)$ değerini yazınız. Grafik x eksenini keser mi?



5 $f(x) = 5^x$ ve $g(x) = 5^x - 3$ fonksiyonlarının görüntü kümelerini yazınız.

6 $f(x) = 3^{x-1}$ olduğuna göre $f(3) + f(1)$ kaçtır?

7 $a = 2^{-1}$, $b = 2^{0,5}$ ve $c = 2^{1,5}$ sayılarının sıralaması hangisidir?

A) $a < b < c$ B) $c < b < a$ C) $b < a < c$ D) $a < c < b$ E) $c < a < b$

8 Aşağıdaki ifadelerin doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğunu belirtiniz.

(…) $f(x) = 7^x$ fonksiyonunun grafiği (0, 1) noktasından geçer.
(…) $f(x) = (0,4)^x$ artan bir fonksiyondur.
(…) Üstel referans fonksiyonlar bire birdir.
(…) $f(x) = 2^x$ fonksiyonu negatif değer alabilir.

9 $e \approx 2{,}718$ olmak üzere $f(x) = e^x$ fonksiyonu için $f(0)$ kaçtır? $f(2)$ ile $f(3)$'ü karşılaştırınız.

10 Bir laboratuvarda 500 bakteri ile başlanan bir kültürde bakteri sayısı her saat 2 katına çıkıyor.
a) t saat sonraki bakteri sayısını veren fonksiyonu yazınız.
b) 4 saat sonra kaç bakteri olur?

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 $f(x) = 2^x + 3$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini kestiği noktayı ve görüntü kümesini bulunuz.

12 $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği $(2, 9)$ noktasından geçmektedir. $f(-1)$ kaçtır?

13 $g(x) = 3 \cdot 2^{x-1} - 4$ fonksiyonu için $g(1)$ ve $g(3)$ değerlerini bulunuz.

14 $(0,8)^a < (0,8)^b$ olduğuna göre a ile b arasındaki ilişki nedir?

15 Bir kasabanın nüfusu her yıl %2 artmaktadır. Bugünkü nüfus 10 000 ise 2 yıl sonraki nüfus kaç olur? Nüfusu t'ye bağlı yazınız.

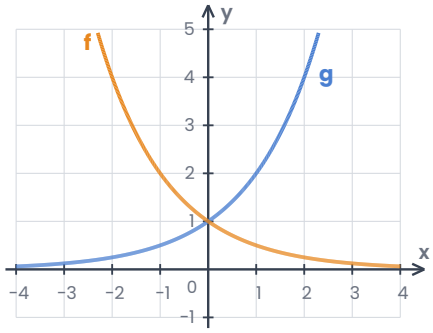
16 Bir ilacın kandaki miktarı 6 saatte yarıya inmektedir. Başlangıçta 96 mg olan ilaç miktarını t saate bağlı yazınız ve 18 saat sonra kaç mg kalacağını bulunuz.

17 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ fonksiyonunun tek mi çift mi olduğunu belirleyiniz.

18 $f(x) = 5^x$ olmak üzere $f(a) = 3$ ve $f(b) = 4$ ise $f(a + b)$ ve $f(a - b)$ kaçtır?

19 $y = 2^x$ grafiği 3 birim sağa ve 1 birim aşağı ötelenirse hangi fonksiyonun grafiği elde edilir? Bu grafiğin y eksenini kestiği noktayı bulunuz.

20 Şekilde $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ ve $g(x) = 2^x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Grafikler arasındaki simetriyi açıklayınız.



ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 $f(x) = k \cdot 2^x + s$ fonksiyonunun grafiği (0, 5) ve (1, 8) noktalarından geçmektedir. $f(2)$ kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

22 $a = 2^{30}$, $b = 3^{20}$ ve $c = 5^{10}$ sayılarının sıralaması hangisidir?

A) $c < a < b$ B) $a < b < c$ C) $a < c < b$ D) $b < a < c$ E) $c < b < a$

23 $f(x) = 3^{2x-1} + 2$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 2

B) $\frac{7}{3}$

C) $\frac{5}{2}$

D) $\frac{8}{3}$

E) 3

24 Bir kültürdeki bakteri sayısı $N(t) = 200 \cdot 3^{t/2}$ (t saat) fonksiyonuyla modellenmektedir. Bakteri sayısı kaç saat sonra 5400 olur?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

25 $f(x) = (m - 3)^x$ fonksiyonu azalan bir üstel fonksiyon olduğuna göre m'nin değer aralığı hangisidir?

A) $m < 3$ B) $m > 4$ C) $3 < m < 4$ D) $0 < m < 1$ E) $m > 3$

26 $f(x) = 2^x$ ve $g(x) = 2^{x+2}$ olduğuna göre her x için $g(x) \div f(x)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{1}{2}$
C) 2
D) 4
E) 8

27 Bir hastanın kanındaki ilaç yoğunluğu $C(t) = 64 \cdot (\frac{1}{2})^t$ birim (t saat) ile modelleniyor. Yoğunluk 4 birime kaç saatte iner?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

28 $f(x) = (\frac{k+1}{3})^x$ fonksiyonu artan bir üstel fonksiyon olduğuna göre k'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

29 $f(x) = -2^x + 4$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

A) $f(x) < 4$'tür.
B) Sıfırı $x = 2$'dir.
C) Azalan bir fonksiyondur.
D) Grafiği y eksenini $(0, 3)$'te keser.
E) Görüntü kümesi $(4, \infty)$'dur.

30 I. $f(x) = 3^x$ ve $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ grafiklerinin tek ortak noktası $(0, 1)$'dir.
II. $f(x) = e^x$ fonksiyonu azalandır.
III. $f(x) = 2^x - 1$ fonksiyonunun grafiği orijinden geçer.
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I, II ve III B) Yalnız I C) Yalnız II D) II ve III E) I ve III

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**