Belirsiz İntegral

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **$2x^3 - 2x^2 + 5x + c$**

Her terim ayrı ayrı: $6 \cdot \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 5x$

2 **a) $7x + c$ b) $\frac{x^6}{6} + c$ c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + c$ ç) $-\frac{1}{2x^2} + c$**

$\sqrt{x} = x$ üssü $\frac{1}{2} \rightarrow$ üs 1 artırılıp yeni üsse bölünür; $\frac{1}{x^3} = x^{-3} \rightarrow \frac{x^{-2}}{-2}$

3 **$\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + c$**

Önce çarpım açılır: $x^2 - x - 6$

4 **$x^3 - 2x + 1$**

İntegralin türevi integrandın kendisidir.

5 **$f(x) = x^3 - 2x + 5$**

$f(x) = x^3 - 2x + c$; $1 - 2 + c = 4 \rightarrow c = 5$

6 **$\frac{x^3}{3} + 2x + c$**

Önce sadeleştirilir: $x^2 + 2$

7 **$x^2 + 5x + c$**

Bir fonksiyonun diferansiyelinin integrali fonksiyonun kendisi artı sabittir.

8 **D – Y – D – D**

Çarpımın integrali integrallerin çarpımı değildir. İlkel fonksiyonlar sabit kadar farklıdır.

9 **$y = x^2 + x + 3$**

$y = x^2 + x + c$; $1 + 1 + c = 5$

10 **E) $x^4 - 3x + c$**

$4 \cdot \frac{x^4}{4} - 3x$

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 $\frac{(x^2+1)^5}{5} + c$

$u = x^2 + 1$, $du = 2x\,dx \rightarrow \int u^4\,du = \frac{u^5}{5} + c$

12 $\frac{(3x-1)^6}{18} + c$

$u = 3x - 1$, $du = 3\,dx \rightarrow \frac{1}{3}\int u^5\,du = \frac{1}{3} \cdot \frac{u^6}{6}$

13 $\frac{1}{3}(x^2+4)\sqrt{(x^2+4)} + c$

$u = x^2 + 4$, $du = 2x\,dx \rightarrow \frac{1}{2}\int \sqrt{u}\,du = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\,u \cdot \sqrt{u}$

14 $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$

x üssü $\frac{1}{2}$ ve x üssü $(-\frac{1}{2})$ terimleri ayrı ayrı integrallenir.

15 **19 m**

$s(t) = 3t^2 + 2t + 3 \rightarrow s(2) = 12 + 4 + 3$

16 **5**

$f(x) = 3x^2 - 4x + 1 \rightarrow 12 - 8 + 1$

17 **2**

$f(x) = x^2 + ax + c$; $c = 1$ ve $1 + a + 1 = 4$

18 $-\frac{1}{x^2+3x} + c$

$u = x^2 + 3x$, $du = (2x + 3)\,dx \rightarrow \int u^{-2}\,du = -u^{-1} + c$

19 **29 m/s**

$v(t) = 3t^2 + 2 \rightarrow 27 + 2$

20 $\frac{(x^2+2x)^4}{8} + c$

$u = x^2 + 2x$, $du = 2(x + 1)\,dx \rightarrow \frac{1}{2}\int u^3\,du$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **E) 14**

$f' = 3x^2 + c_1$, $3 + c_1 = 5 \rightarrow f' = 3x^2 + 2$. $f = x^3 + 2x + c_2$, $c_2 = 2$. $f(2) = 8 + 4 + 2$

22 **C) 5**

$\frac{x^2-1}{x-1} = x + 1 \rightarrow F = \frac{x^2}{2} + x + 1 \rightarrow F(2) = 2 + 2 + 1$

23 **B) 11**

$s(t) = t^3 - 2t^2 + 2 \rightarrow 27 - 18 + 2$

24 **D) 7**

$u = x^2 + 9 \rightarrow F = \sqrt{(x^2 + 9)} + c$; $3 + c = 5 \rightarrow c = 2$. $F(4) = 5 + 2$

25 **B) -1**

$y = 2x^3 - x^2 + c$; $2 - 1 + c = 3 \rightarrow c = 2$. $y(-1) = -2 - 1 + 2 = -1$

26 **C) 1**

$f' = 3x(x - 2)$: yerel maks $x = 0$, yerel min $x = 2$. $f = x^3 - 3x^2 + c$; $f(0) = c = 5 \rightarrow f(2) = 8 - 12 + 5 = 1$

27 **A) $\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$**

Türev alınırsa $f(x) = f(x) + x\,f'(x) - 3x^2 \rightarrow f'(x) = 3x \rightarrow f(x) = \frac{3x^2}{2} + c$; $f(1) = 2 \rightarrow c = \frac{1}{2}$

28 **D) $\frac{(x^2+1)^2}{2} + c$**

$u = x^2 + 1$, $du = u'\,dx \rightarrow \int u\,du = \frac{u^2}{2} + c$

29 **D) 550**

$V(t) = \int Q\,dt = 20t + 3t^2 + c$, $V(0) = 50 \rightarrow V(10) = 200 + 300 + 50$

30 **B) 2**

$f = \frac{ax^2}{2} + 2x + c$; $c = 1$ ve $2a + 4 + 1 = 9 \rightarrow a = 2$