Türev Alma Kuralları

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **$f'(x) = 12x^2 - 10x + 7$**

Her terime $(a \cdot x^n)' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$ kuralı uygulanır.

2 **a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $-\frac{1}{x^2}$ c) $-\frac{6}{x^3}$**

$\sqrt{x}$ = x üssü $\frac{1}{2}$ olduğundan $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2} \cdot$ x üssü $(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ olur. $\frac{1}{x} = x^{-1} \to -x^{-2}$; $\frac{3}{x^2} = 3x^{-2} \to -6x^{-3}$

3 **2**

Çarpım kuralı: $2(x^2 - 3) + (2x + 1) \cdot 2x \to x = 1$: $-4 + 6 = 2$

4 **-3**

Bölüm kuralı: $\frac{1 \cdot (x-1) - (x+2) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \to -3$

5 **160**

Zincir kuralı: $5(x^2 + 1)^4 \cdot 2x \to 5 \cdot 16 \cdot 2 = 160$

6 **y = x**

$f(2) = 2$, $f'(x) = 2x - 3 \to f'(2) = 1$. $y - 2 = 1 \cdot (x - 2)$

7 **0**

$f' = 4x^3 - 6x^2$, $f'' = 12x^2 - 12x \to 0$

8 **Y – D – D – Y**

Çarpımın türevi $f'g + fg'$'dir. Zincir kuralıyla $((2x + 1)^3)' = 3(2x + 1)^2 \cdot 2$

9 **Hız 15 m/s, ivme 14 m/s²**

$v = s' = 3t^2 - 4t \to 15$; $a = v' = 6t - 4 \to 14$

10 **B) -1**

$f' = 3x^2 + 2 \to 5$; $f'' = 6x \to -6$. Toplam -1

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **$\frac{4}{5}$**

$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{(x^2+9)}} = \frac{x}{\sqrt{(x^2+9)}} \to \frac{4}{5}$

12 **8**

$2x(x-3)^3 + x^2 \cdot 3(x-3)^2 \to 4 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 8$

13 **12**

$f'(g(1)) \cdot g'(1) = f'(2) \cdot 3$

14 **36**

$\frac{dy}{dt} = 6t, \frac{dt}{dx} = 2x - 1. x = 2 \to t = 2: 12 \cdot 3 = 36$

15 **a = -3, b = 3**

$f'' = 6x + 2a \to 6 + 2a = 0;\ f' = 3x^2 + 2ax + b \to 3 - 6 + b = 0$

16 **(2, 6)**

$2x + 1 = 5 \to x = 2, f(2) = 6$

17 **2**

$\frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} \to x = 0: 2$

18 **$f'(x) = -8(3-2x)^3$**

$4(3-2x)^3 \cdot (-2)$

19 **$36\pi\ cm^3/cm$**

$V'(r) = 4\pi r^2 \to 4\pi \cdot 9$

20 **(0, -2)**

$f(1) = -5, f'(1) = 3 - 6 = -3. y + 5 = -3(x-1) \to y = -3x - 2$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **A) 1**

$\frac{2x(x^2+1) - (x^2-1)2x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x}{(x^2+1)^2} \to \frac{4}{4} = 1$

22 **D) $\frac{13}{2}$**

Türev alınırsa $2 \cdot f'(2x - 1) = 3x^2 + 1$. $2x - 1 = 3 \rightarrow x = 2$: $2f'(3) = 13$

23 **A) -16**

Değme noktası $(a, a^2 + 1)$, eğim $2a$. Teğet $(0, -3)$'ten geçer: $-3 - a^2 - 1 = 2a(0 - a) \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow$ eğimler 4 ve -4

24 **C) 2**

$3x^2 - 3 = 9 \rightarrow x = \pm 2$. $x = 2$: $f = 3 \rightarrow k = -15$; $x = -2$: $f = -1 \rightarrow k = 17$. Toplam 2

25 **C) $\frac{11}{8}$**

$(f \cdot g)' = -1 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 2$. $(f \div g)' = \frac{-1 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{16} = -\frac{5}{8}$. Toplam $2 - \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$

26 **B) 108**

$f' = 12(3x - 2)^3$, $f'' = 108(3x - 2)^2 \rightarrow 108$

27 **D) 12**

$h'(x) = f'(x^2) \cdot 2x \rightarrow f'(4) \cdot 4 = 12$

28 **B) -3**

Eğim $y' = 3x^2 - 6x = 3(x - 1)^2 - 3 \geq -3$; en küçük değer $x = 1$ için -3

29 **E) 6**

$c = 1$, $b = 2$, $2a = 6 \rightarrow a = 3$. $f(1) = 3 + 2 + 1$

30 **E) 2**

$y' = -\frac{1}{x^2} \rightarrow -\frac{1}{4}$. Teğet: $y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(x - 2) \rightarrow$ eksenleri $(4, 0)$ ve $(0, 1)$'de keser. Alan $\frac{4 \cdot 1}{2} = 2$