Üstel Fonksiyon

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **I ve III**

Taban pozitif ve 1'den farklı bir sabit olmalıdır. II'de değişken tabanda, IV'te taban 1, V'te taban negatiftir.

2 **a) 9 b) 1 c) $\frac{1}{3}$ ç) $\frac{1}{9}$**

$3^{-1} = \frac{1}{3}$, $3^{-2} = \frac{1}{9}$; her tabanın sıfırıncı kuvveti 1'dir.

3 $\frac{33}{4}$

$(\frac{1}{2})^{-3} = 2^3 = 8$ ve $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$; toplam $8 + \frac{1}{4} = \frac{33}{4}$

4 **f(-2) = $\frac{1}{4}$ f(-1) = $\frac{1}{2}$ f(0) = 1 f(1) = 2 f(2) = 4 f(3) = 8**

x bir artınca f(x) iki katına çıkar.

5 **a) Artan b) Azalan c) Artan ç) Azalan**

Taban 1'den büyükse artan, 0 ile 1 arasındaysa azalandır. $\pi \approx 3{,}14$ olduğundan $\frac{\pi}{4} < 1$'dir.

6 **a) a = 3 b) f(2) = 9, f(-1) = $\frac{1}{3}$**

$f(1) = a^1 = 3 \rightarrow a = 3$

7 **m > 2 ve m ≠ 3**

Taban pozitif olmalı: $m - 2 > 0 \rightarrow m > 2$. Taban 1 olmamalı: $m - 2 \neq 1 \rightarrow m \neq 3$

8 **$\frac{1}{2}$ < m < 1**

$0 < 2m - 1 < 1 \rightarrow 1 < 2m < 2 \rightarrow \frac{1}{2} < m < 1$

9 **Y – D – D – Y**

Üstel fonksiyonun değerleri her zaman pozitiftir; görüntü kümesi $\mathbb{R}^+$ olur.

10 **E) 4 · f(x)**

$4^{x+1} = 4^x \cdot 4 = 4 \cdot f(x)$

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **C) (3, ∞)**

$2^x > 0$ olduğundan $2^x + 3 > 3$ olur; 3 değeri hiçbir zaman alınmaz.

12 **D) c < a < b**

Üsler 10'da eşitlenir: $a = 8^{10}$, $b = 9^{10}$, $c = 5^{10}$. Taban büyüdükçe sayı büyür.

13 **2**

Taban 1'den büyük, f artan: $3a - 1 < 8 \rightarrow a < 3$. En büyük tam sayı 2

14 **a) f b) (2, 4)**

$f(x) = 2^x$ ile $g(x) = 2^{-x}$ grafikleri y eksenine göre simetriktir; $f(2) = 4$

15 **a) 3 b) $(0, \frac{7}{3})$**

$f(1) = 3^0 + 2 = 3$; $f(0) = 3^{-1} + 2 = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$

16 **a) $N(t) = 500 \cdot 2^t$ b) 16 000 c) 7 saat**

$64\,000 \div 500 = 128 = 2^7 \rightarrow t = 7$

17 **$\frac{1}{2}$**

$a^2 = 16$ ve $a > 0 \rightarrow a = 4$. $f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

18 **50**

$2^{2a+1} = (2^a)^2 \cdot 2 = 25 \cdot 2 = 50$

19 **4 < a < 5**

$a - 1 > 1 \rightarrow a > 2$; $0 < 5 - a < 1 \rightarrow 4 < a < 5$. Ortak çözüm $4 < a < 5$

20 **10 g**

30 saatte 5 kez yarılanır: $320 \cdot (\frac{1}{2})^5 = 320 \div 32 = 10$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **D) 6**

$2^{a+b} = 2^5 \rightarrow a + b = 5$; $2^{a-b} = 2^1 \rightarrow a - b = 1$. $a = 3$, $b = 2$

22 **B) 23**

$(3^a + 3^{-a})^2 = 9^a + 2 + 9^{-a} = 25 \rightarrow 9^a + 9^{-a} = 23$

23 **E) 11**

$a^x > 0$ olduğundan grafik $y = b$ doğrusuna yaklaşır: $b = 2$. $f(1) = a + 2 = 5 \rightarrow a = 3$. $f(2) = 9 + 2 = 11$

24 **B) 2**

$2^x = u$ $(u > 0)$ denirse $u^2 - 2u + 3 = (u - 1)^2 + 2$ olur. En küçük değer $u = 1$ $(x = 0)$ için 2'dir.

25 **A) (1, 4)**

$2^{x+1} = 2^{2x} \rightarrow x + 1 = 2x \rightarrow x = 1$; $g(1) = 4$

26 **C) a < c < b**

Üsler 25'te eşitlenir: $a = 16^{25}$, $b = 27^{25}$, $c = 25^{25}$

27 **B) 128**

Her saat %80'i kalır: $250 \cdot (0{,}8)^3 = 250 \cdot 0{,}512 = 128$

28 **A) (1, 3) - {2}**

f artan, g azalan: $m > 2$ ve $2 < m < 3$. f azalan, g artan: $1 < m < 2$ ve $m < 2$. Birleşim $(1, 2) \cup (2, 3)$; $m = 2$'de ikisinin tabanı da 1 olur.

29 **A) $\frac{2}{3}$**

$f(0) = k = 2$; $f(2) = 2a^2 = 18 \rightarrow a = 3$. $f(-1) = 2 \cdot 3^{-1} = \frac{2}{3}$

30 **A) 3**

$2^x = u$: $u^2 - 6u + 8 = 0 \rightarrow u = 2$ ya da $u = 4 \rightarrow x = 1$ ya da $x = 2$. Toplam 3