Algoritmalarda ve İspatlarda Mantık Bağlaçları

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- Matematiksel önermeler bağlaç ve niceleyicilerle yazılır: "$\forall m, n \in \mathbb{Z}$, (m çift $\wedge$ n çift) $\Rightarrow$ m + n çifttir." $\Rightarrow$ **(ise)** öncülden sonuca giden bir çıkarımı gösterir.
- **Cebirsel ispat:** Çift sayı 2k, tek sayı 2k + 1, iki basamaklı ab sayısı 10a + b, üç basamaklı abc sayısı 100a + 10b + c biçiminde yazılır; eşitlikler düzenlenerek sonuca ulaşılır.
- Bir önermeyi **algoritmayla** çok sayıda örnek için denemek onu **doğrular** ama **ispatlamaz**; "her" içeren önerme ancak genel bir akıl yürütmeyle ispatlanır.
- "Her" içeren bir önermenin yanlış olduğunu göstermek için **tek bir karşı örnek** yeterlidir. "Bazı" içeren önerme uygun bir örnekle ispatlanır.
- Bölünebilme kuralları bağlaçlarla ifade edilir: 6'ya bölünebilme $\Leftrightarrow$ 2'ye bölünebilme **ve** 3'e bölünebilme. Rakamları toplamına bölünen sayılara **Harshad sayısı** denir (ör. 18: 1 + 8 = 9 ve 9, 18'i böler).

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1. Bir önermenin bir algoritmayla 1'den 1000'e kadar bütün doğal sayılar için doğru olduğunun görülmesi, önermenin **her** doğal sayı için doğru olduğunu ispatlar mı? Açıklayınız.

2. İki çift tam sayının toplamının çift olduğunu cebirsel olarak gösteriniz.

3. İki tek tam sayının çarpımının tek olduğunu cebirsel olarak gösteriniz.

4 12, 21, 23 ve 40 sayılarından hangileri Harshad sayısıdır? (Rakamları toplamına tam bölünen sayılar)

5 **∀m, n ∈ ℤ, (m çift ∧ n çift) ⇒ m + n çifttir** önermesini sözel olarak okuyunuz.

6 "Her n doğal sayısı için 2n + 1 asaldır." önermesinin yanlış olduğunu bir karşı örnekle gösteriniz.

7 **2 736** sayısının 3'e bölünüp bölünmediğini rakamlar toplamıyla belirleyiniz.

8 Bir sayının 6'ya bölünmesi için hangi iki koşulun hangi bağlaçla sağlanması gerekir? **4 314** sayısı 6'ya bölünür mü?

9 Ardışık üç doğal sayının toplamının her zaman 3'ün katı olduğunu gösteriniz.

10 "x = 3 **ise** $x^2 = 9$" önermesi doğrudur. Bağlaçtaki önermelerin yerini değiştirerek elde edilen "$x^2 = 9$ **ise** x = 3" önermesi de doğru mudur?

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 ab iki basamaklı bir doğal sayıdır. **a + b = 9 ⇒ ab, 9'un katıdır** önermesini ispatlayınız.

12 Sözde kodu verilen algoritmaya n = 45 girilirse çıktı ne olur? 10 ile 20 arasındaki (10 ve 20 dahil) sayılardan kaçı için "Harshad sayısı" yazdırılır?

Sözde Kod

```
Girdi: iki basamaklı n
Başla
    a ← n / 10  (bölümün tam kısmı)
    b ← n % 10
    n % (a + b) = 0 ise Yazdır "Harshad sayısı"
    Değilse Yazdır "Harshad sayısı değil"
Bitir
```

13 ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır. **ab − ba = 9(a − b)** olduğunu gösteriniz ve 73 − 37 için doğrulayınız.

14 "$\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > x$" önermesi için aşağıdakilerden hangisi bir **karşı örnektir**?

A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 5

15 Bir algoritma n = 1, 2, ..., 100 için n^2 - n sayısının çift olduğunu doğruluyor. Bu önermenin **her** n doğal sayısı için doğru olduğunu ispatlayınız.

16 Arda, "Bir tek sayının karesi tektir" önermesini 1, 3, 5, 7 ve 9 sayılarıyla deneyip "İspatladım." demiştir. Arda'nın hatası nedir? Doğru ispatı yazınız.

17 abc üç basamaklı bir doğal sayıdır. **bc (son iki basamak) 4'ün katı ⇒ abc, 4'ün katıdır** önermesini ispatlayınız.

18 Ardışık iki tek sayının toplamının 4'ün katı olduğunu gösteriniz.

19 Bir algoritma $n = 1, \ldots, 50$ için $n^2 + 1$ sayısının 3'e bölünmediğini doğrulamıştır. Önermeyi her n doğal sayısı için $n = 3k$, $n = 3k + 1$, $n = 3k + 2$ durumlarını inceleyerek ispatlayınız.

20 "$\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2n + 8$" önermesinin doğru olduğunu gösteriniz.

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 Aşağıdakilerden hangisi **her n tam sayısı için** doğrudur?

A) $n^2 + n$ çifttir.
B) $n^2 + 1$ çifttir.
C) $3n + 1$ tektir.
D) $n^3 - n$, 4'ün katıdır.
E) $n^2 - 1$ çifttir.

22 10 ile 30 arasındaki (10 ve 30 dahil) doğal sayılardan kaç tanesi Harshad sayısıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

23 ab ve ba iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere **ab + ba** toplamı her zaman aşağıdakilerden hangisine bölünür?

A) 2 B) 3 C) 9 D) 10 E) 11

24 "Her p asal sayısı için p + 2 de asaldır." önermesinin yanlış olduğunu gösteren karşı örnek aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7 B) 11 C) 17 D) 29 E) 41

25 Sözde kodu verilen algoritmanın çıktısı kaçtır?

Sözde Kod

```
1 Başla
2     n ← 1
3     n * n + n + 11 asal olduğu sürece tekrarla
4         n ← n + 1
5     Yazdır n
6 Bitir
```

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

26 Ardışık üç tam sayının çarpımı aşağıdakilerden hangisine **her zaman** bölünür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

27 abc üç basamaklı bir doğal sayıdır ve **a + c = b**'dir. Buna göre abc aşağıdakilerden hangisine kesinlikle bölünür?

A) 3 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

28 Aşağıdaki önermelerden hangisi için hem önermenin kendisi hem de önermelerin yeri değiştirilmiş biçimi (q ⇒ p) doğrudur? (x bir tam sayıdır.)

A) $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$
B) x çift ⇒ x^2 çift
C) $x > 3 \Rightarrow x > 1$
D) x, 4'ün katı ⇒ x çift
E) x asal ⇒ x tek

29 Ardışık dört tam sayının toplamı için aşağıdakilerden hangisi **her zaman** doğrudur?

A) 4'e bölünür. B) Çift sayıdır. C) Tek sayıdır. D) 3'e bölünür. E) 6'ya bölünür.

30 "Bir tek sayının karesinden 1 çıkarılırsa sonuç 8'in katıdır." önermesini ispatlayınız.

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**