Sayı Kümelerinin Özellikleri: Sıralama, Arada Olma ve Kapalılık

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **a) Yok b) Yok c) Vardır (örneğin $\frac{5}{12}$)**

$\mathbb{N}$ ve $\mathbb{Z}$'de ardışık elemanlar arasında eleman yoktur; $\mathbb{Q}$'de arada olma özelliği vardır.

2 **$\mathbb{N}$: toplamaya kapalı, çıkarmaya kapalı değil $\mathbb{Z}$: ikisine de kapalı**

Aksine örnek: $3 - 5 = -2 \notin \mathbb{N}$

3 **Örnek: $3 \div 4 = \frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}$**

Tek bir aksine örnek yeterlidir.

4 **a) < b) < c) > ç) <**

Negatif bir sayıyla çarpınca eşitsizlik yön değiştirir.

5 $\frac{17}{24}$

$(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) \div 2 = \frac{17}{12} \div 2 = \frac{17}{24}$

6 **a) D b) Y c) D ç) Y**

ç için aksine örnek: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin \mathbb{Q}'$

7 **$1 < x + 3 < 8$**

Eşitsizliğin her tarafına 3 eklenir.

8 **$-12 < -3x < -3$**

-3 ile çarpınca yön değişir: $-3 > -3x > -12$

9 **B) $\mathbb{Q}'$**

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \notin \mathbb{Q}'$

10 **E) $\mathbb{Q}$**

$\mathbb{Q}$ ve $\mathbb{R}$'de iki sayının ortalaması da kümededir.

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **Örnek: $x < y \rightarrow x + m < y + m$; $m < n \rightarrow y + m < y + n$; geçişmeden $x + m < y + n$**

İki tarafa aynı sayı eklemek eşitsizliği korur; sonra geçişme özelliği kullanılır.

12 **Toplama, çıkarma ve çarpmaya kapalı; bölmeye kapalı değil (örneğin $2 \div 4 = \frac{1}{2}$)**

İki çift sayının toplamı, farkı ve çarpımı çifttir.

13 **Örnek: $\frac{17}{80}, \frac{9}{40}, \frac{19}{80}$**

Paydalar 80'e genişletilir: $\frac{16}{80}$ ile $\frac{20}{80}$ arasında $\frac{17}{80}, \frac{18}{80}, \frac{19}{80}$

14 **En küçük 1, en büyük 8**

$-1 \le -y \le 3 \rightarrow 2 + (-1) \le x - y \le 5 + 3$

15 **Örnek: $1^2 = 1$ (büyük değil) ya da $0^2 = 0$**

0 ve 1 için kare, sayıya eşittir.

16 **$a^2 > b^2$ (örnek: $a = -5, b = -2 \rightarrow 25 > 4$)**

Negatif sayılarda mutlak değeri büyük olanın karesi büyüktür.

17 **Yalnızca çarpma**

$0 \cdot 0, 0 \cdot 1, 1 \cdot 1$ kümede; $1 + 1 = 2 \notin$ küme, $0 - 1 = -1 \notin$ küme

18 **$-4, -3, -2, -1, 0$**

$-2 < 2a < 4 \rightarrow -5 < 2a - 3 < 1$

19 **A) $\mathbb{N}$ çıkarmaya göre kapalıdır.**

$2 - 7 = -5 \notin \mathbb{N}$

20 **D) $x - 3 < y - 3$**

İki taraftan aynı sayı çıkarılırsa yön korunur. $x^2 < y^2$ için aksine örnek: $x = -3, y = 1$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **C) $(-8, 12)$**

Uç çarpımlar: $-2 \cdot 1, -2 \cdot 4, 3 \cdot 1, 3 \cdot 4 \rightarrow$ en küçük -8, en büyük 12

22 **C) Çarpmaya göre kapalıdır.**

Elemanların çarpımları -1, 0 ya da 1'dir; $1 + 1 = 2 \notin A$

23 **D) Tek tam sayılar**

3 + 5 = 8 tek değildir.

24 **E) 2**

$\frac{21}{27} < \frac{k}{27} < \frac{24}{27} \rightarrow k = 22, 23$

25 **A) x + y > 0**

İki negatif sayının toplamı negatiftir.

26 **B) Yalnız II**

(3a + 1)(3b + 1) = 3(3ab + a + b) + 1 ✓; 1 + 4 = 5 (kalan 2) ✗; 1 − 4 = −3 ✗

27 **C) (3b − a)/2**

Diğer seçenekler a ile b'nin ağırlıklı ortalamalarıdır. (3b − a)/2 − b = (b − a)/2 > 0 olduğundan b'den büyüktür.

28 **B) 12**

6 < 2x < 14 → 5 < y < 13; en büyük tam sayı 12

29 **D) −10**

a en küçük (−4), b en büyük (3) seçilir: −4 − 6 = −10

30 **E) a = 1 + √5, b = 1 − √5**

(1 + √5) + (1 − √5) = 2 ∈ ℚ; diğer toplamlar irrasyoneldir.